

# F-Praktikum

## Versuch 1.3

### Hall-Effekt

Diego Semmler, Nils Höres

#### Inhaltsverzeichnis

F-Praktikum.....	1
Motivation.....	2
Aufgabenstellung.....	2
Theorie.....	2
Das Bändermodell.....	2
Leiter.....	3
Halbleiter.....	3
p-Dotierung:.....	4
n-Dotierung:.....	4
Isolatoren.....	4
Hall-Effekt.....	5
Hall-Konstante.....	6
Versuchsdurchführung.....	6
Teil 1 – Hall-Effekt an Metallen.....	6
Bestimmung der Dicke des Kupfer-Präparats.....	6
Fehler.....	7
Bestimmung der Hall-Konstante von Zink.....	7
Fehler.....	7
Bestimmung der Hall-Beweglichkeit .....	7
Fehler.....	7
Teil 2 - Hall-Effekt an Halbleitern.....	8
Beweglichkeit der Ladungsträger.....	8
Spezifischer Widerstand.....	9
Energietiefe des Donatorniveaus.....	9

## Motivation

Der Hall-Effekt, benannt nach seinem Entdecker Edwin Hall, wurde 1879 entdeckt und ist heute eine Standardmethode zur Messung von Magnetfeldern mit Hilfe sogenannter Hall-Sonden. Weiterhin können mit Hilfe der Messung des Hall-Effekts diverse Material-Eigenschaften wie z.B. die Beweglichkeit der Ladungsträger, die Ladungsträgerdichte und die elektrische Leitfähigkeit bestimmt werden, was den Hall-Effekt besonders auf dem Gebiet der Halbleiter-Herstellung interessant macht.

## Aufgabenstellung

Im ersten Teil des Versuchs soll einerseits unter Kenntnis der entsprechenden Hall-Konstanten die Dicke eines Zink-Präparats bestimmt werden und andererseits unter Kenntnis der Dicke eines Kupfer-Präparats dessen Hall-Konstante. Der zweite Teil des Versuchs beschäftigt sich mit den temperaturabhängigen Eigenschaften eines Materials. Dazu wird ein Halbleiter sukzessive erwärmt und mit Hilfe eines Labview-Programms und natürlich der entsprechenden Apparatur die Beweglichkeit der Ladungsträger innerhalb dieses Halbleiters bestimmt.

## Theorie

Die Grundlage des Hall-Effekts ist die Bewegung der Ladungsträger innerhalb eines Festkörpers in Abhängigkeit von dessen Aufbau. Entgegen der früheren Meinung, die durch das sogenannte „Drude-Modell“ repräsentiert wurde, bewegen sich Elektronen im Festkörper nicht wie ein ideales Elektronen-Gas sondern in Abhängigkeit vom Aufbau der einzelnen Elektronenschalen und deren Niveaus zueinander. Diese Einsicht mündete schließlich in das sogenannte Bändermodell welches diesem Versuch als theoretisches Modell zu Grunde liegt.

## Das Bändermodell

Das Bändermodell beschreibt im Gegensatz zum Drude-Modell die Wechselwirkung der einzelnen Atome auf quantenmechanische Weise und bezieht auch Wechselwirkung von benachbarten Atomen aufeinander in die Betrachtung ein. Hierbei wird besonders die Interaktion von benachbarten diskreten Energieniveaus berücksichtigt die unter gegenseitigem Einfluss zu sogenannten Bändern aufspalten.

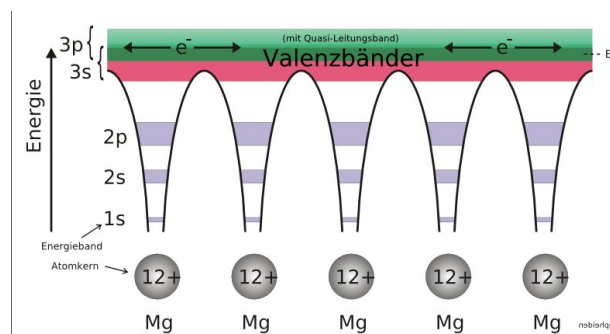


Abbildung 1: Das Bändermodell am Beispiel von Magnesium (Leiter)  
(Quelle: Wikipedia)

Wobei zu beobachten ist das die Energieniveaus kernnaher Elektronen weniger stark aufspalten als solche die eine größere Entfernung zum Kern aufweisen. Eine Festkörpereigenschaft lässt sich hier direkt charakterisieren: Die elektrische Leitfähigkeit. Sie lässt sich als Konzentration von Ladungsträgern im Leitungsband beschreiben. Als Leitungsband (in der Abbildung grün dargestellt) wird dasjenige Band bezeichnet das oberhalb des sogenannten Valenzbandes sitzt und in das die Elektronen durch Anregung aus dem Valenzband übergehen. Abhängig vom Festkörper existiert zwischen dem Leitungsband und dem Valenzband entweder keine Energielücke (wie in Abb.1) oder es existiert eine Lücke mit mehr oder weniger großer Energiedifferenz.

Was direkt zur Charakterisierung von Festkörpern anhand ihrer elektrischen Eigenschaften führt. Diese werden in 3 Gruppen unterteilt:

1. Leiter mit verschwimmenden Grenzen zwischen Valenz- und Leitungsband
2. Halbleiter mit geringer Energiedifferenz zwischen Valenz- und Leitungsband
3. Isolatoren bei denen diese Energiedifferenz so groß ist das sie von Elektronen durch gewöhnliche Anregung nicht überbrückt werden kann.

## Leiter

In Festkörpern die als „Leiter“ bezeichnet werden verhalten sich Elektronen im Valenz-/Leitungsband wie freie Ladungen. Dies ist dadurch zu erklären das Elektronen leicht in höhere Energiezustände übergehen können um Strom zu leiten. Weiterhin können Elektronen durch Überlappung der Bänder im Falle eines gefüllten, energetisch niedrig gelegenen Bands ohne weitere Energiezufuhr ins nächst höhere Band wechseln, sofern hier noch Zustände unbesetzt sind. Eine verbotene Zone zwischen Bändern, wie sie bei Halbleitern oder Isolatoren vorkommt, existiert so also nicht. Eine Eigenschaft von Leitern ist jedoch das ihre Leitfähigkeit mit steigender Temperatur abnimmt was daran liegt das hierbei Elektronen-Kollisionen wahrscheinlicher und Gitter-Fehler begünstigt werden.

## Halbleiter

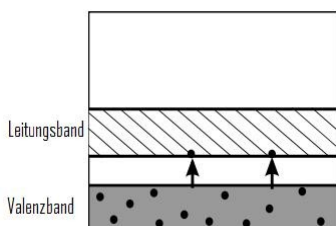


Abbildung 2: Elektronen überqueren die Energielücke zwischen Valenz- und Leitungsband beim Halbleiter

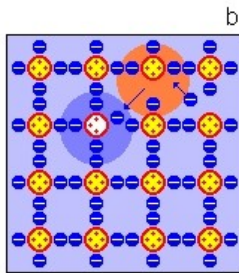
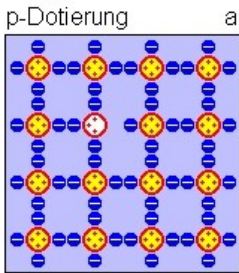
Der Name Halbleiter trägt der Tatsache Rechnung das Stoffe die als Halbleiter klassifiziert werden, eine elektrische Leitfähigkeit in Abhängigkeit ihrer thermischen Anregung aufweisen.

Hierbei gilt: Die Leitfähigkeit erhöht sich bei steigender Temperatur.

Beim Halbleiter ist das Valenzband gefüllt und zwischen diesem und dem Leitungsband existiert eine Energielücke (sogenannte verbotene Zone). Die Energielücke ist allerdings so klein das bereits geringe Energien ausreichen um einige wenige Elektronen ins Leitungsband zu befördern. Diese Energien können beispielsweise durch die eben erwähnte thermische Anregung bereitgestellt werden. Um die Leitfähigkeit über dies hinaus noch zu steigern kann der Halbleiter dotiert werden, was bedeutet das andere Elemente in die Kristallstruktur des Festkörpers eingebracht werden.

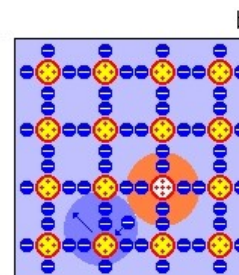
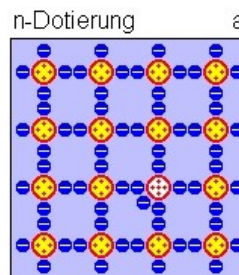
Die verschiedenen Arten der Dotierung lauten wie folgt:

**p-Dotierung:**



Als p-Dotierung bezeichnet man den Prozess des Einbringens eines Stoffs in den Halbleiter, der eine um eins verminderte Elektronen-Wertigkeit besitzt. Das fehlende Elektron im Fremdstoff wird dabei durch ein Elektron aus dem Kristallgitter aufgefüllt wodurch ein sogenanntes „Loch“ entsteht, welches sich als positiver Ladungsträger durch den Halbleiter bewegt. Übliche Dotierungsverhältnisse betragen 1 Fremdatom /  $10^6$  Atome.

**n-Dotierung:**



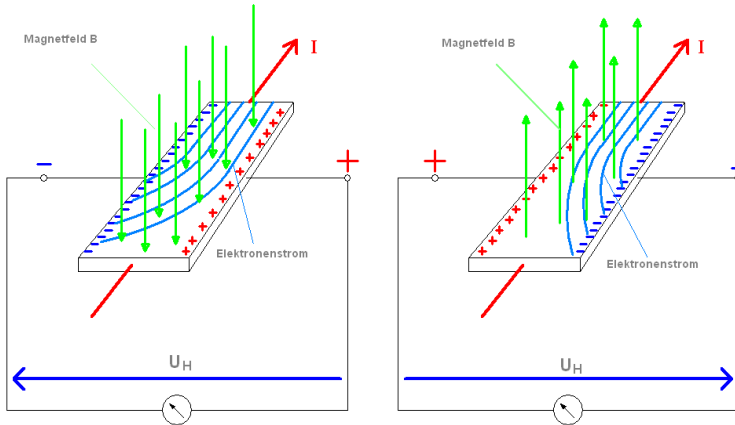
Analog zur p-Dotierung werden hier Fremdatome mit einer um eins erhöhten Elektronenwertigkeit in den Halbleiter eingebracht. Hierbei wird das zusätzlich zu Verfügung stehende Elektron des Fremdatoms dem Leitungsband zugeführt. Ein übliches Dotierungsverhältnis beträgt hier: 1 Fremdatom /  $10^7$  Atome.

**Isolatoren**

Beim Isolator oder auch Nicht-Leiter beträgt die Bandlücke ca. 3eV oder mehr und ist damit zu groß um von einem Elektron durch Anregung überwunden zu werden.

### Hall-Effekt

Der Hall-Effekt beruht auf der Tatsache das in einem Strom durchflossenen Leiter, der sich in einem Magnetfeld befindet, die Ladungsträger die sich durch den Leiter bewegen durch das Magnetfeld eine Kraft erfahren die sie senkrecht zur Flussrichtung des Stroms und des Magnetfelds treibt. Diese Kraft nennt man die Lorentzkraft. Durch diese Verschiebung der Ladungen entsteht ein Potential das man als Hall-Spannung messen kann.



Die Formel für die Hall-Spannung kann folgendermaßen hergeleitet werden: Ausgangspunkt hierfür ist die Lorentzkraft:

$$\vec{F}_L = (\vec{j} \times \vec{B})$$

Diese sorgt für die eben beschriebene Ausbildung von Ladungsträger-Konzentrationen, welche sich teils aus dem ohmschen Gesetz und teils aus der Lorentzkraft ergibt

$$\vec{E}_H = \hat{\rho} \cdot \hat{\mu}_H (\vec{j} \times \vec{B})$$

Unter Ausnutzung der Zusammensetzung von  $\hat{\rho} = \frac{1}{\sigma}$  und  $\hat{\mu}_H = \sigma \cdot e$  ( $\sigma := \text{Leitfähigkeit}$ ) kann die Formel umgeschrieben werden zu  $\vec{E}_H = \frac{1}{n \cdot e} \cdot (\vec{j} \times \vec{B})$ .

Im stationären Fall, den wir in unserem Versuch untersuchen wollen, sind Coulomb- und Lorentzkraft gleich:

$$e \cdot \vec{E}_H = \frac{1}{n} \cdot (\vec{j} \times \vec{B})$$

Aus dieser Gleichung kann die Formel für die sogenannte Hall-Konstante isoliert werden:

$$R_H = \frac{1}{n \cdot e}$$

Die Hall-Konstante enthält charakteristische Informationen zum Material das wir später untersuchen wollen. Unter Annahme das  $E_H = \frac{U_H}{b}$  (b:= Breite des Präparats) ist und das  $\vec{j}$  und

$\vec{B}$  senkrecht aufeinander stehen und das  $j = \frac{I}{bd}$  (d:= Dicke des Präparats) gilt, erhält man die

folgende Formel, die die Hall-Spannung repräsentiert:  $U_H = \frac{R_H \cdot I B}{d}$ .

## Hall-Konstante

Die eben erwähnte Hall-Konstante kann also nach der Messung der Hall-Spannung bestimmt werden. Diese Konstante enthält folgende Informationen:

1. Art der Ladungsträger.
2. Konzentration der Ladungsträger

Ob es sich bei der Art der Ladungsträger um positive oder negative Ladungen handelt kann am Vorzeichen der Hall-Konstanten erkannt werden. Die Erkennbarkeit kann jedoch erschwert werden wenn in einem Halbleiter sowohl positive als auch negative Ladungsträger zum Einsatz kommen.

Die Ladungsträgerkonzentration kann bei bekannter Art der Ladungsträger bestimmt werden. Zusätzlich hierzu kann auch bei bekanntem spezifischem Widerstand die Beweglichkeit dieser Ladungen berechnet werden oder bei bekannter Beweglichkeit der spezifische Widerstand.

## Versuchsdurchführung

### Teil 1 – Hall-Effekt an Metallen

Zur Untersuchung des Hall-Effekts an Metallen werden an Kupfer bzw. Zink die Dicke des Präparats bzw. die Dicke bestimmt.

Weiterhin soll bei beiden Metallen die Hall-Beweglichkeit ermittelt werden.

Der Versuch läuft so ab das man die Feldstärke des Magneten, der das für den Hall-Effekt notwendige Magnetfeld aufbaut, durch die Stromstärke des, die Spulen des Magneten durchlaufenden, Stroms einstellt. Ist die Stromstärke eingestellt, variiert man den Steuerstrom der Probe zwischen 2 Ampere und 10 Ampere und vermerkt die zugehörige Steuerspannung und Hall-Spannung.

### Bestimmung der Dicke des Kupfer-Präparats

Die Hall-Spannung ist gegeben durch  $U_H = \frac{\rho \mu_h B I}{d} = \frac{R_H}{d} B I$ . Nach der Dicke  $d$  aufgelöst ergibt sich:  $d = R_H B \frac{I}{U_H}$  Mit  $B = 343 \text{ mT}$ ,  $R_{Cu} = -6,3 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^2}{\text{C}}$  und den folgenden Messwerten bekommen wir als Ergebnis eine Dicke von  $d = (2,16 \pm 0,06) \mu\text{m}$ .

Steuerstrom (I)	Hallspannung (U)	I / U	
2,02 A	21 $\mu\text{V}$	96190 A / V	
3,033 A	31 $\mu\text{V}$	97839 A / V	
4,05 A	42 $\mu\text{V}$	96429 A / V	
5,07 A	52 $\mu\text{V}$	97500 A / V	
6,08 A	61 $\mu\text{V}$	99672 A / V	
7,11 A	71 $\mu\text{V}$	100141 A / V	
8,15 A	80 $\mu\text{V}$	101875 A / V	
9,17 A	88 $\mu\text{V}$	104205 A / V	
10, A	95 $\mu\text{V}$	105263 A / V	
	$\bar{\rho} =$	99901 A / V	$d_{Cu} = 2,16\text{E-}006$
	$\Delta =$	2639 A / V (= 2,6 %)	

**Fehler**

Der Fehler setzt sich zusammen aus dem Statistischen Fehler von I / U sowie aus dem Fehler des Magnetfeldes, wobei wir  $\Delta B = 5 \text{ mT}$  annehmen.

$$\text{Damit ist der Gesamtfehler: } \frac{\Delta d}{d} = \sqrt{\left(\frac{\Delta I/U}{I/U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta B}{B}\right)^2} = \sqrt{2,6\%^2 + 1,46\%^2} = 3\% .$$

**Bestimmung der Hall-Konstante von Zink**

Die obige Formel lässt sich umstellen zu:  $R_H = \frac{U_H}{I} \cdot \frac{d}{B}$ . Mit der Dicke von  $50 \mu\text{m}$  und dem gleichen Magnetfeld wie oben ergibt sich folgende Hall-Konstante für Zink:

$$R_{Zn} = (1,4 \pm 0,4) \cdot 10^{-10} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$$

Steuerstrom (I)	Hallspannung (U)	U / I
2,01 A	3 $\mu\text{V}$	1,493E-6 $\Omega$
3,021 A	4 $\mu\text{V}$	1,324E-6 $\Omega$
4,036 A	5 $\mu\text{V}$	1,239E-6 $\Omega$
5,056 A	5 $\mu\text{V}$	9,889E-7 $\Omega$
6,077 A	6 $\mu\text{V}$	9,873E-7 $\Omega$
7,11 A	6 $\mu\text{V}$	8,439E-7 $\Omega$
8,12 A	6 $\mu\text{V}$	7,389E-7 $\Omega$
9,16 A	6 $\mu\text{V}$	6,550E-7 $\Omega$
10, A	4 $\mu\text{V}$	4,000E-7 $\Omega$
	$\bar{\emptyset} =$	9,633E-7 $\Omega$
	$\Delta =$	2,701E-7 $\Omega = (28 \%)$

$R_{Zn} = 1,404\text{E-}10 \text{ m}^3/\text{C}$

**Fehler**

Mit den gleichen Annahmen wie oben kommt man auf den Gesamtfehler von

$$\frac{\Delta R_{Zn}}{R_{Zn}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta U/I}{U/I}\right)^2 + \left(\frac{\Delta B}{B}\right)^2} = \sqrt{28\%^2 + 1,46\%^2} = 28\% .$$

**Bestimmung der Hall-Beweglichkeit**

Die Hall-Beweglichkeit erhält man aus den bereits vorhandenen Messwerten unter Voraussetzung das  $\mu_H = \frac{R_H}{\rho}$  gilt.

$$\text{Kupfer} : \frac{-6,3 \cdot 10^{-11} \frac{\text{cm}^3}{\text{C}}}{1,55 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}} = -4,06 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2}{\text{CW}}$$

Das Ergebnis wird als fehlerfrei angenommen da die Werte aus der Anleitung stammen

$$\text{Zink} : \frac{(-1,4 \pm 0,4) \cdot 10^{-10} \frac{\text{cm}^3}{\text{C}}}{5,45 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}} = (2,6 \pm 0,7) \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2}{\text{CW}}$$

**Fehler**

Der Fehler der Hall-Konstante geht hier linear ein und somit ist der Fehler ebenfalls : 28%.

### Teil 2 - Hall-Effekt an Halbleitern

Um den Hall-Effekt an Halbleitern zu messen wird ein Halbleiter in einer sogenannten Van-der-Pauw Geometrie fixiert, die ein möglichst fehlerfreies Messen des Halbleiters garantieren soll. Dies soll dadurch ermöglicht werden das die Stromrichtung in alle Richtungen gemessen wird und die Kontakte zyklisch getauscht werden. Hierbei ist zu beachten das die Messung zwar unabhängig von der Präparatsgeometrie ist, jedoch folgende Voraussetzungen erfüllen muss:

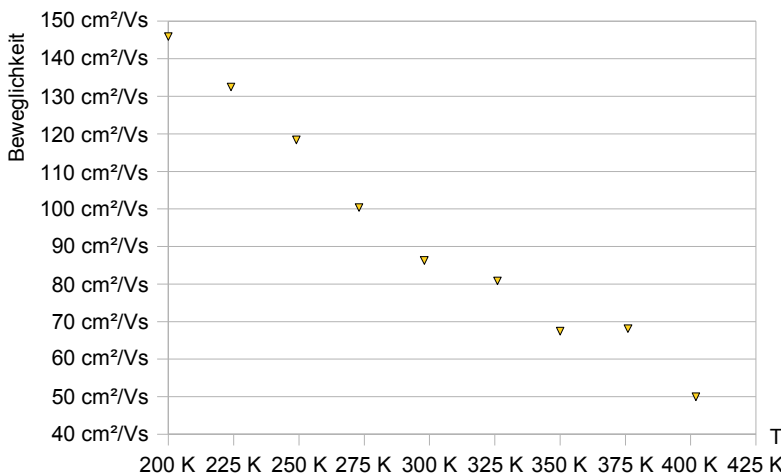
- 1.Homogene Dicke
- 2.Die Kontakte befinden sich in am Rand der Probe
- 3.Das Material ist einfach zusammenhängend, ohne Löcher und Unebenheiten
- 4.Kontakt- zu Probengröße ist klein

Für die Hall-Spannung an dem vorgegebenen Halbleiter haben wir folgende Werte gemessen:

Temp	1000 / T	Spez. Widers.	Ladungstr. (n)	log(n)	Beweglichkeit
200 K	5,000 1/K	3,55 W*cm	1,20E+16 cm <sup>-3</sup>	16,079	145,8928 cm <sup>2</sup> /Vs
224 K	4,464 1/K	3,12 W*cm	1,51E+16 cm <sup>-3</sup>	16,179	132,4776 cm <sup>2</sup> /Vs
249 K	4,016 1/K	2,85 W*cm	1,85E+16 cm <sup>-3</sup>	16,267	118,3856 cm <sup>2</sup> /Vs
273 K	3,663 1/K	2,66 W*cm	2,34E+16 cm <sup>-3</sup>	16,369	100,3504 cm <sup>2</sup> /Vs
298 K	3,356 1/K	2,53 W*cm	2,86E+16 cm <sup>-3</sup>	16,456	86,2726 cm <sup>2</sup> /Vs
326 K	3,067 1/K	2,37 W*cm	3,26E+16 cm <sup>-3</sup>	16,513	80,8492 cm <sup>2</sup> /Vs
350 K	2,857 1/K	2,23 W*cm	4,15E+16 cm <sup>-3</sup>	16,618	67,4525 cm <sup>2</sup> /Vs
376 K	2,660 1/K	2,06 W*cm	4,46E+16 cm <sup>-3</sup>	16,649	68,1174 cm <sup>2</sup> /Vs
402 K	2,488 1/K	1,87 W*cm	6,67E+16 cm <sup>-3</sup>	16,824	49,9703 cm <sup>2</sup> /Vs

### Beweglichkeit der Ladungsträger

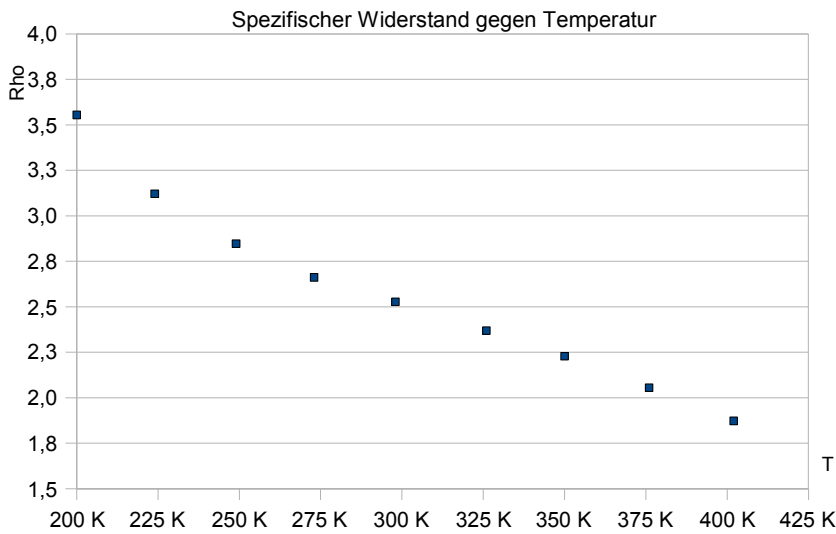
Beweglichkeit gegen Temperatur



Wenn man die Beweglichkeit gegen die Temperatur aufträgt und einen Fit  $f(T) = a \cdot T^b$  durchführt, erkennt man dass  $b = -1,45 \approx 1,5$  ist. Damit ist klar, dass die Streuung der Elektronen vor allen Dingen durch Deformationspotentialänderungen, verursacht wird.

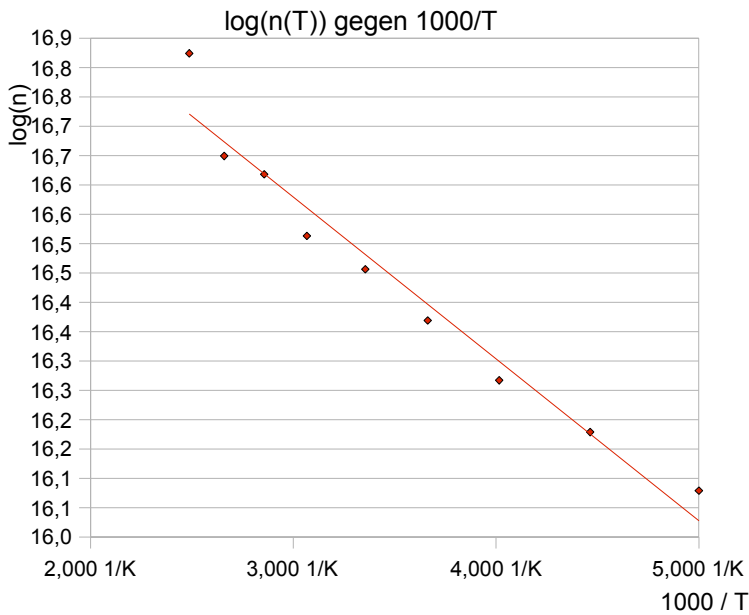


### Spezifischer Widerstand



An diesem Diagramm sieht man wie der spezifische Widerstand von der Temperatur in einem Halbleiter abhängt und das mit steigender Temperatur die Leitfähigkeit zunimmt. Dieser Zusammenhang kann mit Hilfe des Bändermodells erklärt werden, da es hier nur eine geringe Bandlücke zwischen Valenzband und Leitungsband gibt, die durch thermische Anregung der Elektronen bereits überwunden werden kann.

### Energietiefe des Donatorniveaus



Die Energietiefe der Donatorniveaus kann aus dem nebenstehenden Diagramm abgelesen werden und ist gegeben durch:

$$\Delta E = -1000 k_B s$$

wobei  $s = -0,28$  die Steigung und  $k_B = 1.38065 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$  die Boltzmann-Konstante ist.

Damit ist 
$$\Delta E = 3,86582 \cdot 10^{-21} J = 24,1312 meV$$