

Lösungen zur Übung zum Mathematischen Vorkurs



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Sommersemester 2014 - Übungsblatt 7

Aufgabe 7.1 Bilden Sie das Produkt AB aus folgenden Matrizen:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad AB = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 7.2 Zeigen Sie z.B. anhand der Matrizen aus Aufgabe 7.1, dass im allgemeinen gilt $AB \neq BA$.

$$BA = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \neq AB$$

Aufgabe 7.3 Bestimmen Sie die Transponierten der folgenden Matrizen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ i & 0 & -1 \\ 0 & 7 & -i \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad A^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{bmatrix} \quad B^T = \begin{bmatrix} 3 & i & 0 \\ 2 & 0 & 7 \\ 1 & -1 & -i \end{bmatrix}$$

Aufgabe 7.4 Gegeben seien zwei Matrizen A und B. Zeigen Sie, dass Matrix B die Inverse von Matrix A ist, bzw. A die Inverse von B.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \frac{1}{13} \cdot \begin{bmatrix} -8 & 6 & 9 \\ -3 & -1 & 5 \\ 7 & -2 & -3 \end{bmatrix}$$

Einfachste Lösung: Berechne $A \cdot B = \mathbb{1}$

Aufgabe 7.5 Ermitteln Sie die Inverse von A:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -4 & 8 \\ -6 & 7 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{20} \begin{bmatrix} 7 & -8 \\ 6 & -4 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 7.6 Berechnen Sie die Determinante von:

$$|A| = \left| \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \right| = 5 \cdot 3 - 2 \cdot 6 = 3 \quad |B| = \left| \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 5 & 2 & 2 \end{bmatrix} \right| = -9$$

Aufgabe 7.7 Beweisen Sie, dass $(AB)^T = B^T A^T$.

$$(AB)^T = (c_{ij})^T = c_{ji} = \sum_m a_{jm} b_{mi} = \sum_m b_{mi} a_{jm} = \sum_m b^T_{im} a^T_{mj} = B^T A^T$$